A estabilidade do equilíbrio em mercados múltiplos

Tácito Augusto Farias[1]

Resumo: Este artigo focaliza as contribuições principais à teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo em mercados múltiplos. Discute-se aqui os principais resultados estabelecidos pelos autores pertinentes à literatura sobre a teoria da estabilidade do equilíbrio walrasiano. Enunciamos e demonstramos alguns dos principais teoremas e realizamos exemplos numéricos esclarecedores quando pertinentes.

Palavras - chave: equilíbrio; estabilidade; elasticidade expectativa.

Equilibrium stability in multiple markets

Abstract: *This article brings together the main contributions to competitive equilibrium stability theory on multiple markets. It discusses the Walrasian equilibrium stability theory in its main theorems through numerical examples.*

Key-words: *equilibrium; stability; expectative elasticity.*

JEL: D5

Introdução

Nos anos 1930, alguns eventos institucionais marcaram a decolagem ao sucesso na esteira do conhecimento da teoria econômica revelada em moldes matemáticos: a teoria do equilíbrio competitivo walrasiano.

Primeiro, a fundação da Econometric Society, em Cleveland, nos Estados Unidos, em dezembro de 1930, por um grupo de economistas: Irving Fisher, Charles Roos, Ragnar Frisch e outros. A finalidade da Econometric Society era divulgar o conhecimento da teoria econômica por meio de

1 Doutor em Economia Aplicada pela USP. E-mail: tacitoaugusto@yahoo.com.br

seus segmentos quantitativos: econometria e economia matemática. E para tal divulgação se utilizava da organização de encontros na forma de congressos, simpósios e palestras que consagraram a discussão do que de melhor era elaborado na comunidade acadêmica sobre métodos quantitativos aplicados à economia.

Segundo, a constituição da Comissão Cowles para a Pesquisa Econômica, em 1932, sob a tutela de Alfred Cowles, cuja finalidade era fomentar o uso da Lógica, da Matemática e de métodos estatísticos na análise econômica, além de divulgar os resultados através de livros, artigos e promoção de encontros formais da comunidade para discussão do desenvolvimento da aplicação dos métodos quantitativos à teoria econômica.

Terceiro, a criação da revista *Econometrica*, em 1933, sob o manto da Econometric Society, que se revelava como o instrumento da publicação de estudos originais em economia pura e aplicada.

Quarto, publicações de estudos econométricos valiosos elaborados por Frisch (1934), Schultz (1938) e Tinbergen (1939).

Quinto, o Colóquio de Viena nos anos 1920 e 1930 representava um ambiente cultural e intelectual de intensa atividade em matemática, filosofia e economia. Representantes da nata da matemática do século XX, tais como Kurt Gödel, Karl Menger, Banach, Kuratowski, Shauder, Borsuk, Mazur, Tarski, Steinhaus, Kac Lomnicki, S. M. Ulam, John von Neumann, Abraham Wald, citados em Struick (1997), Boyer (1996), Eves (1997) e Garding (1981); representantes da filosofia, tais como Ernst Mach, Otto Neurath, Rudolph Carnap, Friedrich Waisman, Hans Reichenbach, Richard von Mises e Carl Hempes; representantes da esfera econômica tais como Karl Schlesinger, Oskar Morgenstern, Friedrich von Hayek promoveram a movimentação constante de encontros entre cientistas de diversas especialidades, que resultaram em contribuições importantes para o desenvolvimento da economia pura. Destaques para publicações de artigos em teoria do equilíbrio geral que foram elaborados por Hicks (1934) e Wald (1933-34, 1934-35, 1936), os últimos com a primeira formulação e demonstração formal da existência do equilíbrio econômico de troca e produção na versão walrasiana juntamente com o livro de Cassel 1932[2], que apresentava uma versão simplificada do modelo de equilíbrio geral walrasiano, enquanto que Schlesinger (1933–34) estabeleceu um modelo de equilíbrio geral em versão não-walrasiana (Weintraub 1983).

2 Tradução do original de 1918 (Weintraub 1983).

A constituição do edifício matemático no período 1870 - 1939 foi de extrema importância para a condução da pesquisa econômica em linguagem simbólica. Precisão e síntese representavam o esteio da linguagem matemática formal. Observava-se ao apagar das luzes do século XIX, último quartel, que a matemática estava passando por um estágio muito importante: formalização da análise matemática, construção do edifício da álgebra pura e sedimentação das geometrias não-euclideanas. Anteriormente, o desenvolvimento da matemática, em grande parte, estava atrelado aos interesses da física teórica. Portanto, o conhecimento matemático alcançava sua libertação e passava a andar sobre suas próprias pernas e, disso se utilizaram os economistas de inclinação quantitativista, tais como Irving Fisher, Leon Walras, Carl Menger, Edgeworth, Bowley, Marshall e Wicksell para desenvolverem suas pesquisas na área da economia pura e aplicada. De posse dos conhecimentos de análise matemática (cálculo diferencial e integral) e geometria analítica plana e no espaço construíram modelos econômicos que mantiveram elementos importantes como unidade de análise: equilíbrio e otimização sob condição de diferenciabilidade das funções objetivo (Simon & Blume 1994). Aplicaram esses princípios para construírem as teorias do consumidor, produção, custos e sobre estruturas de mercado (produto e fator), destacando-se Walras (1874), Edgeworth (1881), J. Bertrand (1883), Marshall (1898), Pareto (1910), Wicksell, Cassel (1918), Karl Schlesinger (1932), Joan Robinson (1933), Edward Chamberlain (1933), Stalkelberg (1933) e Wald (1934).

Problemas institucionais de natureza política, tais como o advento do totalitarismo russo influenciando e dominando o leste europeu, a cortina de ferro, constituída pela Polônia, Hungria, Tchecoeslováquia, Romênia, Bulgária e Albânia; o surgimento das ditaduras de direita, fascismo (Itália) e nazismo (Alemanha), deslocaram o centro das atividades acadêmico-científicas do mundo europeu para a emergente potência mundial, os Estados Unidos da América receberam de bom grado os principais cérebros europeus, valorizando cada vez mais o ensino e a pesquisa em ciência pura e tecnologia, nos institutos e universidades americanas. Matemáticos importantes, do quilate de John Von Neumann e Paul Halmos (Hungria), Richard Courant e Emmy Noether (Alemanha), Jean Diedonnée e André Weil (França), se estabeleceram nos Estados Unidos, traduzindo essa permanência em construção e desenvolvimento das linhas de pesquisas que favoreceram diretamente à formação intelectual em métodos quantitativos dos principais agentes promotores futuros da literatura econômica do equilíbrio geral, em toda a sua problemática: existência, unicidade e estabilidade. Entre aqueles, diretamente favorecidos, destacavam-se Paul Anthony Samuelson (1941, 1942, 1947), Lloyd Metzler (1945), Oskar Lange (1944), Kenneth Arrow (1958, 1959, 1960, 1971), Gerard Debreu, Tjailling Koopmans, Lionel Mckenzie, Wassily Leontief, Leonid Hurwics, Maurice Allais e Haalvelmo, para citar apenas aqueles que estavam envolvidos com a pesquisa e desenvolvimento da teoria do equilíbrio geral. Pegaram carona, em face do deslocamento do centro de pesquisa e desenvolvimento, os economistas japoneses que estavam atrelados às novas linhas de pesquisas na teoria do equilíbrio competitivo: Negishi, Uzawa, Morishima e Nikaidô. Do mesmo modo, cientistas ingleses de renome foram envolvidos pela êxtase do desenvolvimento cientifico-tecnológico que se alastrou no período 1930-50: Hicks, R.G.D Allen e Frank Hahn.

O tipo de matemática utilizada pelos economistas na pesquisa centrada na construção dos modelos de equilíbrio geral, no período 1930 - 1950, tinha como núcleo, o cálculo diferencial e integral avançado, os sistemas de equações diferenciais e a diferenças e a álgebra matricial, conforme Struik (1997) e Eves (1990).

Como material analítico de apoio ao supra descrito, apresenta-se em detalhe as contribuições dos principais economistas no período 1939-58, focalizando os conceitos e proposições estabelecidos e suas demonstrações, exercícios numéricos realizados em detalhes para facilitar a compreensão dos conceitos e do enunciado das principais proposições e encerramos cada seção com alguns comentários pertinentes. Os autores aqui estudados são John Richard Hicks (1939), Paul Anthony Samuelson (1941, 1942, 1947), Lloyd Metzler (1945) e Kenneth Arrow (1956) e seus colaboradores.

1. Conceitos básicos

No estudo da teoria do equilíbrio configuram-se dois processos de ajustamento de preços : *Tântonnement* e *Non-Tântonnement* (Takayama 1996).

Tântonnement é o mecanismo de ajustamento explícito que comanda a maneira pela qual preços e quantidades demandadas e ofertadas mudam no tempo em resposta a uma perturbação do equilíbrio. Sua característica principal é que a troca toma lugar somente quando um vetor de preços de equilíbrio é anunciado e a dotação inicial dos indivíduos permanece a mesma durante o período de ajustamento do sistema econômico. Esse é o mecanismo de ajustamento que remontava a Walras (1954, 1996) e foi utilizado por Hicks (1939), Samuelson (1941, 1942, 1947), Lange (1944), Metzler (1945), Arrow *et al.* (1956, 1958, 1959, 1960), e os economistas matemáticos japoneses Uzawa (*apud* Takayama 1996) e Negishi (1962), antes da contestação realizada por Scarf e Gale (*apud* Negishi 1962).

Non-Tântonnement é o mecanismo de ajustamento explícito no qual a troca ocorre em cada valor anunciado do vetor de preço e que a dotação dos indivíduos participantes do mercado mudam continuamente ao longo do processo de ajustamento do sistema. Destacam-se três processos de ajustamento do sistema de preços na versão *Non-Tântonnement*: Processo de Uzawa & Hahn, de Negishi & Hahn, e de Green (*apud* Takayama 1996). Em nosso artigo, utilizamos exclusivamente o *Tântonnement*.

Estabilidade walrasiana e estabilidade marshalliana podem ser distinguidas do seguinte modo. Se partirmos de um diagrama tradicional de oferta e demanda e considerarmos inicialmente que o mercado está em equilíbrio – oferta igual à demanda – e que ocorre um *afastamento do preço* da posição de equilíbrio inicial e, porém, observarmos que forças reguladoras do mercado fazem com que o preço retorne ao ponto de equilíbrio inicial, estamos nos referindo ao *equilíbrio estável walrasiano*; enquanto que se partirmos de um diagrama tradicional de oferta e demanda e, considerarmos inicialmente que o mercado está em equilíbrio – oferta igual à demanda – e que ocorre um *afastamento da quantidade* da posição de equilíbrio inicial e, porém, observarmos que forças reguladoras do mercado fazem com a quantidade retorne ao ponto de equilíbrio inicial, estamos nos referindo ao *equilíbrio estável marshalliano* (Takayama 1996).

Um resultado formal distingue formalmente os equilíbrios walrasiano e marshalliano:

Proposição 1: Sejam dadas curvas lineares de demanda e de oferta. Se a equação da demanda é

$$D = a + b.P$$

e a equação da oferta é

$$S = c + d.P$$

então

[1] estabilidade walrasiana existe se $1/b < 1/d$ e,

[2] estabilidade marshalliana existe se $b < d$.

Em nosso artigo, não discutiremos a estabilidade marshalliana, pois concentraremos nossos esforços na versão de estabilidade walrasiana.

2. John Richard Hicks

Hicks (1939) tratava o problema da estabilidade em mercado competitivo múltiplo num sentido muito restrito, *a estabilidade local*. Desse modo, não levava em consideração a necessidade de explicar que qualquer que seja o estado inicial da economia, ela tenderá ao equilíbrio, ou seja, prevalecerão considerações estáticas. O conceito de estabilidade estática walrasiana é generalizado para o caso de mercados múltiplos, ou seja, para situações de equilíbrio por Hicks em *Value and Capital* (1939).

No caso do mercado único, sabe-se que a estabilidade walrasiana ocorre se, a preços acima do preço de equilíbrio, o excesso da demanda é negativo (oferta excede demanda) e, a preços abaixo do preço do equilíbrio, o excesso da demanda é positivo (demanda excede oferta). E com o aparato da função excesso de demanda, Walras obteve sucesso na explicação da estabilidade do sistema econômico em mercado único:

1. excesso de demanda igual a zero significava que o mercado único estava em equilíbrio;

2. excesso de demanda superior a zero significava que a demanda era superior à oferta e disparava o mecanismo de ajustamento de preços que retornava ao equilíbrio inicial;

3. excesso de demanda inferior a zero significava que a demanda era inferior à oferta e disparava o mecanismo de ajustamento de preços que conduzia o sistema econômico de volta ao equilíbrio inicial.

A realização da tarefa de estabelecer as condições para a estabilidade em mercados múltiplos coube à geração seguinte de cientistas tendo como marco o trabalho elaborado pelo professor John Richard Hicks (1939).

Para Hicks (1939), no caso de mercados múltiplos, os efeitos de uma mudança de preço de uma mercadoria sobre os preços de outras mercadorias na situação de equilíbrio geral são levados em consideração. Assim sendo, com o propósito de desenvolver o conteúdo analítico sobre a estabilidade em mercados múltiplos em Hicks (1939), procede-se de modo a definir alguns instrumentos de análise considerados fundamentais para a compreensão das condições de estabilidade.

Primeiro, um mercado é definido como imperfeitamente estável se uma queda no preço de uma mercadoria particular gera um excesso da demanda para aquela mercadoria, depois que todos os outros preços têm se ajustado eles mesmos de modo que oferta é novamente igual à demanda em todos os mercados, exceto para aquele da mercadoria particular (Hicks 1939:62). Formalmente,

$$\frac{dE(P)}{dP_i} = \frac{J}{J_{ii}} < 0, \qquad \text{eq. (1)}$$

onde J é o determinante jacobiano do sistema completo e J_{ii} é co-fator de b_{ii}. Uma aplicação direta facilita a compreensão do conceito. Suponha que exista uma economia cuja representação é dada pelas equações abaixo:

$$\begin{cases} E_2 = 3P_2 + 4P_3 - 17 \\ E_2 = P_2 + P_3 - 5 \end{cases}$$

$$\frac{dE_2}{dP_2} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & +4 \\ 1 & +1 \end{vmatrix}}{+1} = \frac{3 - 4}{+1} = \frac{(-1)}{1} = -1 < 0$$

$$\frac{dE_3}{dP_3} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & +4 \\ 1 & +1 \end{vmatrix}}{+3} = \frac{3 - 4}{3} = \frac{(-1)}{3} = -\frac{1}{3} < 0$$

Segundo, um mercado é definido como perfeitamente estável se uma queda no preço abaixo do preço de equilíbrio gera um excesso da demanda depois que qualquer dado subconjunto de preços em outros mercados for ajustado, de modo que a oferta novamente iguala a demanda com todos os outros preços restantes mantidos constantes (Hicks 1939: 62). Formalmente,

$$\frac{dE_j}{dP_j} = b_{jj} < 0, \qquad \text{eq. (2)}$$

onde b_{jj} são coeficientes do sistema completo. Introduz-se um exemplo numérico. Imagine uma economia que possui três mercadorias representada pelas funções excesso da demanda descrita a seguir:

$$\begin{cases} E_2 = -P_2 + 3P_3 - 5 \\ E_3 = P_2 - P_3 - 1 \end{cases}$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial P_2} = -1 < 0$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial P_3} = -1 < 0$$

Dando seqüência ao procedimento acima é estabelecido o resultado fundamental:

Proposição 2: O sistema econômico é considerado perfeitamente estável se, e somente se, os menores principais da matriz [E_{ir}] alternam em sinal (apresenta-se abaixo as condições referentes a uma economia com três mercadorias, onde uma delas é o numerário: sistema normalizado).

$$b_{22} \quad \frac{\partial E_2}{\partial P_2} < 0 \qquad\qquad b_3^{3=} \quad \frac{\partial E_3}{\partial P_3} < 0$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial E_2}{\partial P_2} & \frac{\partial E_2}{\partial P_3} \\ \frac{\partial E_3}{\partial P_2} & \frac{\partial E_3}{\partial P_3} \end{vmatrix} > 0$$

Demonstração: Assumimos que os preços p_2, p_3, ..., p_s variam quando p_1 varia, mantendo p_{s+1}, ..., p_n fixos. A escolha dos preços p_2,...,p_s como aqueles que variam não representa restrições, desde que por uma reemuneração de indicadores, qualquer conjunto arbitrário de mercadorias pode não ser coberto pelo argumento. O mesmo argumento vale quando da escolha de p_1 e E_1 como as variáveis consideradas na derivação das condições para o estabilidade perfeita hicksiana. Com efeito,

$$\frac{dp_{s+1}}{dp_1} = - - - \frac{dp_n}{dp_1} = 0$$

$$\frac{dE_2}{dp_1} = - - - \frac{dE_s}{dp_1} = 0$$

e escrevendo em notação matricial temos:

$$\begin{bmatrix} \frac{dE_s}{dp_1} \\ p \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \dots & E_{1s} \\ E_{21} & E_{22} \dots & E_{2s} \\ E_{s1} & E_{s2} \dots & E_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{dp_2}{dp_1} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \frac{dp_s}{dp_1} \end{bmatrix} \qquad [1]$$

e

$$\begin{bmatrix} E_{21} \\ E_{31} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ E_{s1} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} E_{22} & E_{23} \dots & E_{2s} \\ E_{32} & E_{33} \dots & E_{3s} \\ E_{s2} & E_{s3} \dots & E_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dp_2}{dp_1} \\ \frac{dp_3}{dp_1} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \frac{dp_s}{dp_1} \end{bmatrix} \qquad [2]$$

Resolvendo-se $[2]$ para $\frac{dp_i}{dp_1}$, temos:

$$\begin{bmatrix} \frac{dp_2}{dp_1} \\ \frac{dp_3}{dp_1} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \frac{dp_s}{dp_1} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} \Delta_{22} & \Delta_{23} & \dots & \Delta_{s2} \\ \Delta_{23} & \Delta_{33} & \dots & \Delta_{s3} \\ \Delta_{2s} & \Delta_{3s} & \dots & \Delta_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{21} \\ E_{31} \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ E_{s1} \end{bmatrix}$$

onde Δ^* é o determinante das matrizes $[E_{ir}]$ para $i \in \{2,3,\dots s\}$ e Δ^*ir r $\in \{2,3,\dots s\}$ e Δ_{ir} é o co-fator associado.

Em seguida, façamos:

$$\frac{dp_i}{dp_1} = -\frac{1}{\Delta}\sum_{r=2}^{s} \Delta_{ri} E_{ri}\,,\ i \in \{2,3,\dots s\}$$

À medida que:

$$\frac{dE_1}{dp_1} = \sum_{i=1}^{s} E_{1i}\frac{dp_i}{dp_1}$$

temos

$$\frac{dE_1}{dp_i} = E_{11} - \frac{1}{\Delta}\sum_{i=2}^{s} E_{1i}\sum_{r=2}^{s} E_{r1}\Delta_{ri}$$

Resolvendo [1], temos:

$$\Delta^* = E_{11}\,\Delta + \sum_{r=2}^{s} E_{1r}\Delta^*_{1r}$$

onde Δ^* é o determinante das matrizes $[E_{1s}]$ para $i \in \{2,3,\dots s\}$ e r $\in \{2,3,\dots s\}$

e Δ^*_{ir} é o co-fator associado.

Em particular, se expandirmos cada um dos A^* ao longo da primeira coluna de cada determinante, temos:

$$\Delta^* = E_{11}\,\Delta - \sum_{r=2}^{s} E_{1r} \sum_{i=2}^{s} E_{ir}$$

Portanto,

$$\frac{dE_1}{dp_i} = \frac{\Delta^*}{\Delta} \text{ e } \frac{dB_1}{dp_i} < 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta^*}{\Delta} < 0$$

Os menores principais da matriz $[E_{ir}]$ alternam de sinal:

a) os menores principais de ordem par devem ser positivos;

b) os menores principais de ordem impar devem ser negativos.

c.q.d

Para o professor Hicks (1939), no sistema econômico abstrato a única fonte possível de instabilidade no mecanismo competitivo é a ocorrência do efeito-renda assimétrico. Com efeito, prova o teorema seguinte:

Proposição 3: Os menores principais da matriz $[E_{ir}]$ i, r$\in$ { 1, ..., n } alternam em sinal se efeitos-renda são simétricos em relação aos consumidores.

Demonstração: Suponhamos que:

$$E_i(1, p_1, p_2, \ldots\ldots\ldots p_n) = \sum_{j=1}^{m} \left[D_{ij}(1, p_1, p_2, \ldots\ldots p_n) - D_{ij}^{o}\right] - \sum_{k=1}^{l} y_{ik}\ (1, p_1, p_2, \ldots\ldots p_n).$$

$$\forall i \in \{0,1,\ldots\ldots, n\}$$

e seja

$$E_{ir} = \frac{\partial E_i}{\partial p_r} = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial D_{ij}}{\partial p_r} - \sum_{k=1}^{l} \frac{\partial y_{ik}}{\partial p_r}$$

$$i \in [1,2,\ldots\ldots, n] \quad ; \quad r \in [1,2,3\ldots\ldots\ldots, n]$$

Neste ponto, fazendo uso da Equação de Slutzky:

$$\frac{\partial D_{ij}}{\partial p_r} = S_{ir}^{j} - \left[(D_{ij} - D_{ij}^{o}) - \sum_{k=1}^{l} s^{kj} . y_{rk}\right] . \frac{\partial D_{ij}}{\partial p_r}$$

Onde:

$$S_{ir}^{j} = \frac{\partial D_{ij}}{\partial p_r}$$

representa o termo de substituição para j-ésimo consumidor com relação às mercadorias i e r ;

$\frac{\partial D_{ij}}{\partial I_j}$ representa a mudança em D_{ij} quando a renda muda, mantendo todos os preços constantes.

Assumimos que os efeitos-renda são simétricos em relação aos consumidores e representados por

$$\frac{\partial D_{ij}}{\partial I_j} = \frac{\partial D_{iq}}{\partial I_q} = \frac{\partial D_i}{\partial I} \qquad \forall j, q \quad j \in \{1,2,....m\} \quad q \in \{1,2....n\}$$

Portanto, podemos escrever

$$E_{ir} = \sum_{j=1}^{m} S_{ir}^{j} - \frac{\partial D_i}{\partial I}.\sum_{j=1}^{m}\left[(D_{rj} - D_{rj}^{o}) - \sum_{k=1}^{l} s^{kj}.y_{rk}\right] - \sum_{k=1}^{l}\frac{\partial y_{ik}}{\partial p_r}.$$

Contudo, em equilíbrio, quando todos os lucros são distribuídos para os consumidores, representamos da seguinte maneira:

$$\sum_{j=1}^{m}\left[\left(D_{rj} - D_{rj}^{o}\right) - \sum_{k=1}^{l} s^{kj}.y_{rk}\right] = 0 \qquad \forall r \in \{0,1,2,.....,n\}$$

Desse modo, para cada consumidor, a matriz de termos de substituição é simétrica e definida negativa, de posto n, o que significa que os menores principais de cada uma das matrizes individuais de substituição alternam em sinal.

Com efeito, a matriz agregada $\left[\sum_{j=1}^{m} S_{ir}^{j}\right]$ tem menores principais que alternam em sinal também. Do mesmo modo, em um máximo regular de lucros, a matriz $\left[-\frac{\partial y_{ir}}{\partial p_r}\right]$ é definida negativa; portanto, a matriz agregada $\left[-\sum_{k=1}^{l}\frac{\partial y_{ir}}{\partial pr}\right]$ tem menores principais que alternam em sinal.

Concluímos que os menores principais da matriz $[E_{ir}]$, i∈{ 1, 2, ..., n } alternam em sinal se os efeitos-renda são simétricos em relação aos consumidores (c.q.d). O trabalho do professor Hicks (1939) sobre a estabilidade do equilíbrio competitivo forneceu valiosas contribuições ao conteúdo analítico, destacando-se a integração da teoria dinâmica com o método da estática comparativa, o que significava dizer que estática comparativa não tinha significância em teoria econômica a menos que o sistema econômico fosse dinamicamente estável. Por conseguinte, a inovação fundamental devida ao professor Hicks consistira na derivação das propriedades do sistema de equilíbrio a partir das condições de estabilidade de um sistema dinâmico correspondente. Primeiro, as condições de estabilidade hicksiana forneciam um conjunto de condições de estabilidade que eram independentes da velocidade de resposta dos preços individuais a diferenças entre oferta e demanda. Segundo, em uma certa classe de sistemas de mercados, estabilidade perfeita hicksiana era a condição necessária e suficiente para estabilidade dinâmica verdadeira, ou seja, estabilidade dinâmica de primeira espécie. Ilustra-se o resultado por meio de um exercício numérico.

Suponha uma economia constituída por funções excesso da demanda para três mercadorias:

$$E_2 = -4P_2 - 6P_3 - 24 \quad \text{e} \quad E_3 = 8P_2 - 16P_3 - 64$$

$$\underline{1} \quad b_{22} = -4 < 0 \qquad\qquad \underline{2} \quad \begin{vmatrix} -4 & -6 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} = 112 > 0$$

$$b_{33} = -16 < 0$$

Satisfeitas as duas condições para estabilidade perfeita hicksiana, afirma-se que o sistema possui estabilidade dinâmica verdadeira.

Os principais trabalhos escritos de Hicks sobre equilíbrio geral (1934, 1939) se referiram principalmente a uma avaliação da obra *Elements of Pure Economics* de Walras (1934), e seu livro *Value and Capital* (1939) que nos capítulos de IV a VIII discutiu sobre o problema do equilíbrio, dando ênfase ao problema da estabilidade do equilíbrio competitivo criando alguns conceitos: estabilidade perfeita e imperfeita para uma economia em mercados múltiplos. Realizando sua exposição por meio da linguagem geométrica bidimensional no texto principal e, no apêndice, traduziu todo material descritivo em formalismo matemático.

Apesar de sua formação universitária na graduação ter sido em matemática, Hicks não usou os conhecimentos avançados para elaborar uma teoria estruturada sobre o problema da estabilidade do equilíbrio geral, pois tal realização exigia conhecimento além daqueles encontrados em *Value and Capital*. Contudo, Hicks detinha os conhecimentos básicos em teoria das matrizes, determinantes e o cálculo diferencial e integral de funções reais a várias variáveis reais, o que facilitou a sua leitura do livro de Walras, assim como para construir o modelo para mercados múltiplos, porém, não usou o conhecimento de sistemas dinâmicos, necessário para avançar na elaboração de uma teoria do equilíbrio geral onde o problema da estabilidade teria tido melhor avaliação, teórica e aplicada, como o fizeram Samuelson (1941, 1942, 1947), Lange (1944) e Metzler (1945), na década de 1940.

3. Paul Anthony Samuelson

A contribuição ao estudo da teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo devida ao professor Samuelson (1947) repousava na idéia fundamental de que existia uma relação de dependência formal íntima entre estática comparativa e dinâmica. A essa relação de dependência ele denominou *princípio de correspondência*. Isso significava dizer que (Samuelson 1947:7): "A investigação da estabilidade dinâmica de um sistema pode fornecer teoremas fecundos para a análise estática, como é possível utilizarmos propriedades conhecidas de um sistema estático comparativo para se obter informações a respeito das propriedades dinâmicas de um sistema."

Samuelson (1941, 1942, 1947) interferiu no problema relativo à estabilidade do equilíbrio competitivo exposto pelo professor Hicks, estabelecendo duas proposições fundamentais.

Proposição 4: Um sistema pode ser estável, mas não ser perfeita nem imperfeitamente estável.

Para verificar a aplicação da assertiva, apresenta-se um exemplo que é desenvolvido analiticamente. Suponha uma economia cujo sistema dinâmico representativo é:

$$E_2 = -2P_2 + 4P_3 \quad \text{e} \quad E_3 = -P_2 + P_3$$

Estuda-se então o problema da estabilidade, estabilidade perfeita e imperfeita.

1 - Condição de estabilidade

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \qquad \Delta = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

a $\mathrm{Tr}\,\Delta = -1 < 0$

b $|\Delta| = \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -2 - (-4) = -2 + 4 = 2 > 0$

Conclusão: O sistema é estavél.

2 - Condição de estabilidade perfeita

$$\frac{\partial E_2}{\partial P_2} = -2 < 0$$ 1ª condição → satisfeita

$$\frac{\partial E_3}{\partial P_3} = 1 > 0$$ 2ª condição → não satisfeita

Conclusão: O sistema não é perfeitamente estável.

3 - Condição de estabilidade imperfeita

$$\frac{dE_2}{dP_2} = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}}{1} = \frac{-2+4}{1} = 2 > 0$$ 1ª condição → não satisfeita

$$\frac{dE_3}{dP_3} = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}}{(-2)} = \frac{-2+4}{(-2)} = -1 < 0$$ 2ª condição → satisfeita

Conclusão: O sistema não é imperfeitamente estável.

Proposição 5: Um sistema é imperfeitamente estável, mas se afasta cada vez mais do equilíbrio.

$$\begin{cases} E_1 = P_1 + P_2 \\ E_2 = 2P_1 + P_2 \end{cases}$$

1- Condição de estabilidade

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a $\quad tr\,A = 1 + 1 = 2 > 0$ não satisfeita

b $\quad |A| = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 2 = -1 < 0$ não satisfeita

2- Imperfeitamente estável

$$\underline{a}\quad \frac{dE_2}{dP_2} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{1} = \frac{(-1)}{1} = -1 < 0$$

Satisfeitas

$$\underline{b}\quad \frac{dE_3}{dP_3} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{1} = \frac{(-1)}{1} = -1 < 0$$

Diferentemente de Leon Walras e John Hicks, Samuelson tinha (e tem) uma formação cultural e acadêmica mais abrangente, principalmente, no que se refere à matemática universitária superior avançada: cálculo diferencial e integral de funções reais de uma variável real, de funções reais de duas ou mais variáveis reais, cálculo vetorial, cálculo matricial, teoria qualitativa das equações diferenciais ordinárias e parciais, sistemas dinâmicos e equações a diferenças, geometria métrica plana e espacial, geometria analítica plana e espacial, trigonometria plana e esférica. Portanto, Samuelson conhecia todos os instrumentos necessários para realizar com autoridade os dois artigos (1941, 1942) e sua inclusão no livro *Foundations of Economics Analysis* (1947) em capítulos que tratavam exclusivamente sobre a teoria da estabilidade na configuração do equilíbrio geral e tópicos paralelos (teoria keynesiana, teoria malthusiana e ciclo de negócios).

A formação de Samuelson, sobre equações diferenciais e sistemas dinâmicos, estava diretamente ligada aos textos clássicos de Picard (*Cours d'Analyse*) e Birkoff (*Dynamical Systems*), além de sua afinidade de estudos com E.B. Wilson e Gilberto Bliss, matemáticos a quem ele referenciava. Ambos considerados eminentes matemáticos na década de 1940.

Porém, Samuelson não deu seguimento ao estudo sobre a teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo ou mesmo sobre teorias paralelas. Uma forte razão para tal fato era, e é, a enorme inquietação que Samuelson demonstra(va) para rapidamente absorver novos elementos em economia, influência de seus eminentes professores, tais como Alvin Hansen, Wassily Leontief, Joseph Schumpeter, Jacob Viner e Aaron Director, e matemática e a partir daí elaborar novas teorias econômicas ou reformulando algumas já conhecidas em todas as áreas da economia: *teoria da troca no comércio internacional*, *teorema da equalização* *dos preços dos fatores*, *teorema de Stolper-Samuelson,* que usava intensivamente geometria métrica, analítica e álgebra; *teoria do comportamento do consumidor e da firma*, que usava conhecimentos de cálculo diferencial e integral elementar; e outras áreas importantes da teoria econômica pura.

4. Lloyd Metzler

O professor Metzler (1945) contribuiu significativamente à obra hicksiana, estabelecendo dois teoremas fundamentais que melhor esclareceram os pontos de vista do pesquisador no que se referisse à teoria da estabilidade do equilíbrio competitivo.

Proposição 6: Estabilidade perfeita hicksiana é condição necessária para estabilidade de primeira espécie se o sistema de mercado tende a ser estável para todos os conjuntos de velocidades de ajustamento

$(k_i),\ i \in \{1, 2, ..., n\}$

Suponha uma economia cujo sistema representativo é

$$D_t = -P_t + 200 \quad e \quad S_t = -0{,}2P_t + 100$$

1- Determinação do preço de equilíbrio $P_t = P_e$

$$-P_e + 200 = -\ 0{,}2P_e + 100$$

$$-P_e + 0{,}2P_e = 100 - 200$$

$$-\ 0{,}8P_e = -\ 100$$

$$P_e = \frac{100}{0{,}8}$$

$$P_e = 125$$

2- Determinação da função excesso da demanda defasada de um período

$$E(P_{t-1}) = D(P_{t-1}) - S(P_{t-1})$$

$$E(P_{t-1}) = -P_{t-1} + 200 - (-0{,}2P_{t-1} + 100)$$

$$E(P_{t-1}) = -0{,}8P_{t-1} + 100$$

3- Determinação da equação de comportamento do modelo

$P_t - P_t = K\,E(P_{t-1})$ K = 12 (velocidade de ajustamento)

$P_t - P_{t-1} = 12\,(-0{,}8P_{t-1} + 100)$

$P_t = P_{t-1} + (-9{,}6P_{t-1} + 1200)$

$P_t = -8{,}6P_{t-1} + 1200$ para $P(0) = P_0$

4- Solução

$P_t = (P_0 - P_e)\,[1 + K\,(a - A)]^t + P_e$

$P_t = (P_0 - 125)\,[-0{,}86]^t + 125$

5- Condição de estabilidade: $-1 < 1 + K\,(a - A) < 1$

$$1 + 12\,(-1 + 0{,}2) + 1 + 12\,.(-0{,}8) = 1 - 9{,}6 = -8{,}6$$

$$-8{,}6 < -1$$

Conclui-se que o mercado não é estável e, portanto, exibirá oscilações explosivas.

Duas considerações relativas ao significado econômico da proposição melhor esclarecem seu valor aplicacional à teoria do equilíbrio, mais especificamente, à estabilidade do equilíbrio competitivo.

Primeira, o grau ao qual a estabilidade de um grupo de mercados depende das velocidades de ajustamento. Dois casos se apresentam: (1) aquele no qual a inflexibilidade de certos preços é considerada um fator estabilizador e; (2) aquele no qual os mercados são estáveis mesmo se todos os preços forem respostas para diferenças entre oferta e demanda. Como denominador comum de ambos os casos, à medida que as condições de estabilidade perfeita hicksiana não são satisfeitas, a estabilidade do sistema depende de uma inflexibilidade relativa de certos preços.

Segunda, as condições que comandam as respostas de preços são muito menos claras que as condições de demanda e oferta em mercados individuais. Significa dizer que, enquanto velocidade de ajustamento, são resultantes de fatores institucionais, tais como disponibilidade ou habilidade de compradores ou vendedores no sentido de manter ou reduzir estoques; as condições estáticas de demanda e oferta em mercados individuais dependem das condições de maximização de lucros de produtores e consumidores. Consequentemente, os economistas matemáticos acreditam com mais propriedade em seu conhecimento acerca das condições de demanda e oferta do que seu conhecimento sobre tais fatores dinâmicos, como velocidade de ajustamento do ponto de vista analítico sistemas de mercado que sejam despidos de velocidade de ajustamentos.

O passo seguinte, contributivo à estabilidade de equilíbrio competitivo devido ao professor Metzler, consistiu na prova de que em uma certa classe de sistemas de mercado, estabilidade perfeita hicksiana era condição necessária e suficiente para estabilidade dinâmica de primeira espécie, definição estabelecida por Samuelson (1941, 1942). Contudo, ele desenvolveu todo o seu esquema supondo que todas as mercadorias existentes naquele sistema de mercado eram substitutos brutos (demanda marshalliana), diferentemente do que fizera Hicks (1939), que utilizou o conceito de substituto líquido (demanda hicksiana). Procedeu-se à definição: todas as mercadorias são substitutos brutos quando um aumento no preço da i-ésima mercadoria mantém inalterado todos os outros preços, reduz-se o excesso da demanda para aquela mercadoria e aumenta o excesso da demanda para as demais. Formalmente,

$$\frac{\partial E_j}{\partial P_k} > 0 , \quad \forall \; P, \; j \neq k$$

Após a definição de substituto bruto, o professor Metzler conduziu a sua análise por meio do uso do teorema fundamental:

Proposição 7: Se todas as mercadorias num sistema de mercado são substitutos brutos, as condições para estabilidade dinâmica de primeira espécie são idênticas às condições para estabilidade perfeita hicksiana.

O valor aplicacional da proposição 7 é visualizado num exemplo numérico estabelecido como elemento de apoio à compreensão teórica. Suponha uma economia constituída por duas mercadorias, cujas funções excesso da demanda estão descritas abaixo:

$$\begin{cases} E_1 = -2P_1 + P_2 + 4 \\ E_2 = 3P_1 - 3P_2 - 3 \end{cases}$$

cujo vetor de preços de equilíbrio é P = (3, 2). Descreve-se:

1- a condição de substitutos brutos

$$\frac{\partial E_1}{\partial P_1} = -2 < 0 \qquad \text{e} \qquad \frac{\partial E_1}{\partial P_2} = +1 > 0$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial P_2} = -2 < 0 \qquad\qquad \frac{\partial E_2}{\partial P_1} = +3 > 0$$

2 - a condição para estabilidade

$$E = \begin{bmatrix} -2 & +1 \\ +3 & -3 \end{bmatrix}$$

$\underline{a}$ $\mathrm{Tr}\ E = -2 - 3 \quad \therefore \quad \mathrm{Tr}\ E = -5 < 0$.

$\underline{b}$ $|E| = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} \quad \therefore \quad |E| = 6 - 3 \quad \therefore \quad |E| = 3 > 0.$

3 - a condição para estabilidade perfeita hicksiana.

$$\frac{\partial E_1}{\partial P_1} = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix}}{(-3)} \quad \therefore \quad \frac{\partial E_1}{\partial P_1} = -1 < 0$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial P_2} = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix}}{(-2)} \quad \therefore \quad \frac{\partial E_2}{\partial P_2} = -1{,}5 < 0$$

De onde se conclui que todas as condições da proposição são satisfeitas.

5. O modelo de expectativas adaptativas

O artigo "*A Theorem on Expectations and the Stability of Equilibrium*" de Kenneth Arrow e Alain Enthoven (1956) foi o primeiro passo, do ponto de vista do rigor científico, na busca da relação entre estabilidade dinâmica e expectativa, ou seja, um sistema estável dinâmico que pode absorver efeitos de alguma extrapolação de movimentos de preços e, ainda assim, permanecer estável.

Face à linha de raciocínio sugerida naquele artigo, e numa maneira de estender e intensificar o estudo sobre a tema, Arrow-Nerlove (1958) estabeleceram a relação entre estabillidade dinâmica e uma função expectativa melhor elaborada, sugerida pela definição de expectativas apresentada pelo professor Hicks em *Value and Capital*.

Uma hipótese básica de trabalho consistia em que mudanças no preço esperado da i-ésima mercadoria em face das alterações nos preços correntes eram comandadas pela relação: *equação diferencial linear de primeira ordem*,

$$P'_i = \dot{P}_i + n_i P_i \qquad P_i > 0 \qquad \text{eq. } (1^*)$$

onde

P'_i → preço corrente da i-ésima mercadoria; P_i → preço esperado futuro da i-ésima mercadoria;

$\dot{P}_i$ → derivada do preço corrente da i-ésima mercadoria com respeito ao tempo;

n_i → elasticidade de expectativas.

$$P'_i - P_i = n_i \frac{dP_i}{dt} \qquad \therefore \qquad \frac{dP_i}{dt} = \frac{P'_i - P_i}{n_i}$$

$$\frac{dP_i}{dt} - \frac{P'_i - P_i}{n_i} = 0 \qquad \therefore \qquad \frac{dP_i}{dt} - \frac{P'_i}{n_i} + \frac{P_i}{n_i} = 0$$

$$\frac{dP_i}{dt} + \frac{1}{n_i} . P_i = \frac{P'_i}{n_i} \qquad \text{eq. } (2^*)$$

cuja solução é estabelecida como segue:

$$P_i = e^{-\int \frac{1}{n_i} dt} \bullet e\int e^{\int \frac{1}{n_i} dt} \bullet \frac{P'_i}{n_i} dt + P_0(0) . e^{-\int \frac{1}{n_i} dt}$$

$$Pi = e^{\frac{-1}{n_i} t} \bullet \int e^{\frac{1}{n_i} t} \bullet \frac{P'i}{n_i} dt + P_0(0) . e^{\frac{-1}{n_i} t}$$

$$P_i = e^{\frac{-1}{n_i} . t} \bullet P'_i e^{\frac{1}{n_i} . t} + P_0(0). e^{\frac{-1}{n_i} t}$$

$$P_i = P'_i + P_0(0). e^{\frac{-1}{n_i} . t} \qquad \text{eq. (3*)}$$

Realizam-se, então, algumas considerações relativas às informações disponíveis concernentes à eq. (3*) quando utilizada a valoração de n_i. Isso significa dizer que:

[1] para $n_i = 0$, os preços correntes são esperados persistir e, desse modo, afirma-se que as expectativas são estáticas, $n_i = 0 \rightarrow P_i = P'_i$

[2] para $n_i > 0$, algum múltiplo da mudança em preços foi adicionada ao preço corrente de modo a atingir o preço esperado futuro e, por conseguinte, afirma-se que as expectativas são extrapolativas,

$$n_i = 2 \rightarrow P_i = P_i' + P_0(0) . e^{\frac{-1}{2} t}$$

[3] para $n_i < 0$, os preços esperados não mudam tanto como os preços correntes.

$n_i = -1 \rightarrow P_i = P_i' + P_0(0) . e^{+t}$

Analiticamente, considera-se não a idéia de expectativas de preços futuros particulares, mas expectativas do nível médio sobre o qual preços futuros são esperados flutuar. Com efeito, o nível médio sobre o qual preços futuros são esperados denomina-se *Preço Esperado Normal*.

Em vista do parágrafo anterior, acredita-se que a influência de preços mais recentes sobre expectativas deve ser maior do que a influência de preços menos recentes, ou seja, P_{t-1} exerce maior influência sobre o preço esperado futuro do que P_{t-5}. Significa dizer que o Preço Esperado

Normal é uma média ponderada dos preços passados, em que os pesos declinam à medida que o tempo passado é mais remoto.

Cumpre, neste momento, consagrar-se aquilo que Hicks (1939) chamou de *elasticidade de expectativas*: coeficiente que mede a variação no preço futuro resultante de variação no preço corrente de determinada mercadoria. O campo de definição plausível para a elasticidade de expectativa é o intervalo (0, 1). Significa que um preço particular passado pode ter alguma influência, contudo, não significa que quanto mais remoto o preço considerado implica em levar as pessoas a pensar que o preço normal prevalecerá. Com efeito, expressa o preço corrente como um desvio do preço normal, ou seja, aquele preço prévio esperado pelos indivíduos e não como desvio de preços passados. Portanto, expressa de forma matemática a elasticidade de expectativa como segue:

$$\frac{Pi\,(t) - Pi\,(t-1)}{Pi^{(}t-1) - Pi^{'}\,(t-1)} = \beta_i \qquad \text{eq. (4*)}$$

quando assume que a variável tempo é descontinua. Nesse caso, os preços são expressos em logarítmos e β_i é a *elasticidade de expectativa do preço da i-ésima mercadoria*, a qual é admitida constante. Considerações são feitas para retirar as informações disponíveis na eq. (4*):

1- para $\beta_i = 0$, alterações no preço corrente não produziriam efeito sobre o preço esperado normal;

2- para $\beta_i = 1$,o preço corrente foi projetado em direção às expectativas do nível de preços futuros pensado (idealizado) pelos indivíduos.

Quando utilizada a variável tempo em termos contínuos a eq. (4*) torna-se uma *equação diferencial linear de primeira ordem,*

$$\dot{P}'_i = \beta_i\,(P_i - P'_i) \qquad \beta_i \geq 0 \qquad \text{eq. (5*)}$$

$$\dot{P}'_i = \beta_i P_i - \beta_i P'_i \quad \therefore \quad \dot{P}'_i + \beta_i P'_i = \beta_i P_i \quad \therefore$$

$$\frac{dP'_i}{dt} + \beta_i P'_i = \beta_i P_i \qquad \text{eq. (6*)}$$

cuja solução é: $P'_i(t) = e^{-\int \beta i\, dt} \cdot \int e^{\int \beta i\, dt} \cdot (\beta_i P_i)\, dt + P_i'(0) \cdot e^{-\int \beta i\, dt}$

$$P'_i(t) = e^{-\beta i t} \cdot \int e^{\beta i t} \cdot \beta_i P_i\, dt + P'_i(0) \cdot e^{-\beta i t}$$

$$P'_i(t) = e^{-\beta i t} \left(P_i \cdot e^{\beta i t} \right) + P'_i(0) \cdot e^{-\beta i t}$$

$P'_i(t) = P_i(t) + P'_i(0) \cdot e^{-\beta i T}$ eq. (7*)
onde P_i (o) é o valor inicial do preço esperado normal.

Considerações feitas em eq. (7*) produzem:

1- para $\beta_i = 0$, alterações em preço corrente não afeta o preço esperado normal;

$$\beta_i = 0 \rightarrow P'_i(t) = P_i(t) + P'_i(0) \therefore P'_i(t) - P'_i(0) = P_i(t)$$

2- para $\beta i = +\infty$, preços correntes são esperados a persistir e, diz-se que, as expectativas são estáticas.

$\beta i = +\infty \rightarrow P'_i(t) = P_i(t).$

Conclui-se que o *modelo de formação de expectativas sugerido pela definição de elasticidade de expectativas de Hicks* (1939) fornece uma representação razoável do preço esperado normal em termos de preços passados. Isso se confirma em vista das considerações levadas a efeito a partir da eq. (1*), pois os resultados finais obtidos em eq. (5) são compatíveis com aqueles gerados por eq. (1*). Ademais, as expectativas geradas pela eq. (7*) são chamadas *expectativas adaptativas*.

6. Considerações finais

No artigo fizemos uso dos panoramas histórico-institucional, história do pensamento econômico, história da matemática e experiência vivida pelos autores na construção de suas contribuições. Dividimos o contexto analítico sobre a teoria da estabilidade em três períodos: [1] raízes da teoria da estabilidade em mercados competitivos – mercado único (1870 a 1939); [2] teoria da estabilidade em mercados competitivos – mercados múltiplos – a exploração do uso de sistemas dinâmicos elementares (1939 a 1958); [3] teoria da estabilidade em mercados competitivos – mercados múltiplos – a intensificação do uso de sistemas dinâmicos avançados (1958 a ...).

No que se seguiu, descrevemos e discutimos somente o segundo momento da divisão supra-estabelecida, a Teoria da Estabilidade em Mercado Múltiplo no Período 1939-58: do modelo estático simples de Hicks (1939), de estabilidade em mercado único, passando pelos modelos de establidade em mercados múltiplos de Hicks, Samuelson e Metzler, fechando o período com o modelo dinâmico simples de Nerlove (1958) sobre expectativas adaptativas. Esse é o período considerado na literatura sobre teoria da estabilidade como de alicerce para o desenvolvimento de modelos mais sofisticados estabelecidos no terceiro período, que inclui o processo *non-tântonnement* e estabilidade global: 1958 adiante. Porém, isso é outra história, que pretendo discutir em novo artigo que se encontra em elaboração, sempre na esteira dos grandes doutos da literatura (Arrow, 1958, 1959, 1971; Eatwell *et al* 1990; Ingrao 1990; Walker 1987; dentre outros).

Referências

ARROW, K. & BLOCK, H. & HURWICZ, L. (1959). "On the stability of the competitive equilibrium, part.2." *Econometrica* 27: 87-109.

ARROW, K. & ENTHOVEN, A. (1956). "A theorem on expectations and the stability of equilibrium." *Econometrica* 24: 288- 293.

ARROW, K. & HAHN, F. (1971). *General competitive analysis*. San Francisco: Holden-Day.

ARROW, K. & HURWICS, L. (1958). "On the stability of the competitive equilibrium, part.1." *Econometrica* 26: 522-552.

ARROW, K. & HURWICS, L. (1960). "Some remarks on the equilibria of economic systems." *Econometrica* 28: 640-646.

ARROW, K. & NERLOVE, M. (1958). "A note on expectation and stability." *Econometrica* 26: 297-305.

BLAUG, M. (1984). *História do pensamento econômico*. Lisboa: Dom Quixote.

CORNWALL, R. (1984). *Introduction to the use of general equilibrium analysis*. Amsterdam: North Holland.

DAAL, J. & JOLINK, A. (1990). *The equilibrium economics of Leon Walras*. Nova Iorque: Routledge.

EATWELL, J. & MILGATE, M. & NEWMAN, P. (1990). *General equilibrium*. Nova Iorque: W.W. Norton.

HABIBAGAHI, H. & QUIRK, J. (1973). "Hicksian stability and Walras's Law." *Review of Economic Studies* 49(2):249-58.

HAHN, F. (1961). "A stable adjustment process for a competitive economy." *Review of Economic Studies* 29(3):62-65.

HAHN, F. (1962). "On the stability of pure exchange equilibrium." *International Economic Review* 3(Maio):206-14.

HICKS, J. (1934)."Léon Walras." *Econometrica* 2(4): 338-48.

HICKS, J. (1939). *Value and capital*. Oxford: Clarendon.

INGRAO, B. & ISRAEL, G. (1990). *The invisible hand*. Cambridge: The MIT Press.

MCKENZIE, L. (1960). "Stability of equilibrium and the value of positive excess demand." *Econometrica* 28(3):606-17.

NEGISHI, T. (1962). "The stability of a competitive economy: a survey article." *Econometrica* 30:635-69.

SAMUELSON, P. (1941). "The stability of equilibrium: comparative statics and dynamics." *Econometrica* 9(1):97-120.

SAMUELSON, P. (1942). "The stability of equilibrium: linear and non-linear systems." *Econometrica* 10(1):1-25.

SAMUELSON, P. (1947). *The foundations of economic analysis*. Cambrigde: Harvard University Press.

SAPOSNIK, R. & QUIRK, J. (1968). *Introduction to general equilibrium theory and welfare economics*. Nova Iorque: Mcgraw-Hill.

SCHUMPTER, J. (1964). *História da análise econômica*. Rio de Janeiro: Editora Fundo de Cultura.

TAKAYAMA, A. (1996). *Mathematical economics*. Cambridge: Cambridge University Press.

WALKER, D. (1987). "Walras' theories of tâtonnement." *Journal of Political Economy* 95(4):758-74.

WALRAS, L. (1996). *Compêndios dos elementos de economia política pura*. São Paulo: Nova Cultural, Coleção Os Economistas.

WALRAS, L. (1926). *Elements of pure economics*. Traduzido por William Jaffé (1954). Homewood: Irwm.

WEINTRAUB, E. (1983). "On the existence of a competitive equilibrium: 1930-1954." *Journal of Economic Literature* 21:1-39.

Recebido em: 28 nov. 2005
Aceite em: 20 set. 2006